

# UC: Seminário de investigação em Matemática e Aplicações

## 3º Ciclo em Matemática e Aplicações

UBI, 02/07/2024

Horário	Orador	Título
10:30 – 11:15	Kwaku Opoku-Ameyaw	<i>Rank and related tests for grouping factor levels</i>
11:30 – 12:15	Augusto Veríssimo Víctor dos Santos	<i>Modelos Compartimentais definidos através do Cálculo Fracionário Discreto</i>
12:30 – 13:15	Jacinto Cumolehã	<i>BC-módulos de Hilbert</i>
---	---	---
14:30 – 15:15	Kseniia Viatkina	<i>Constructing Bases for Free Algebras: The Lyndon-Shirshov Method</i>
15:30-16:15	Calunga Florentino Manuel	<i>Fórmulas de Minkowski e aplicações</i>

## RESUMOS

### *Rank and related tests for grouping factor levels*

Kwaku Opoku-Ameyaw

#### **Abstract/ Resumo:**

Rank tests play a crucial role in statistical analysis by providing a robust approach for analyzing data that do not meet the assumptions of conventional parametric statistics. Their versatility makes them applicable to a broad spectrum of situations, leading to their

widespread adoption across various research fields, including agricultural research and finance, among others.

Our main goal is to propose a new nonparametric test. This test will enable us to group levels of a factor into homogeneous groups, a capability of utmost importance in fields such as agriculture, as it helps to reduce variability, ensuring more accurate and interpretable experimental results.

In this talk, we will present the key findings achieved to date, discuss our ongoing research, and outline future directions for our work.

Os testes não paramétricos desempenham um papel crucial na análise estatística, proporcionando uma abordagem robusta para o caso em que não são cumpridos os pressupostos exigidos para a utilização das estatísticas paramétricas convencionais. A sua versatilidade torna-os aplicáveis a uma vasta gama de situações, levando à sua adoção generalizada em várias áreas de ciência, incluindo na investigação agrícola e financeira, entre outras.

O nosso principal objetivo é propor um novo teste não paramétrico. Este teste permitirá agrupar os níveis de um fator em grupos homogéneos, uma capacidade de extrema importância em áreas como a agricultura, visto ajudar na redução da variabilidade, garantindo resultados experimentais mais precisos.

**Keywords:** Nonparametric test, Grouping of factor levels, Edgeworth series expansion, Fisher's randomization method, Cocoa breeding experiment

## References:

1. Boos, D. D., & Stefanski, L. A. (2013). Essential statistical inference: Theory and methods (Chapter 12). Springer Texts in Statistics. Springer New York Heidelberg Dordrecht London.
2. Conover, W. J. (1999). Practical nonparametric statistics, Vol. 350, John Wiley & Sons.
3. Dogbatse, J. A., Arthur, A., Padi, F. K., Konlan, S., Quaye, A. K., Owusu-Ansah, F., & Awudzi, G. K. (2020). Influence of Acidic Soils on Growth and Nutrient Uptake of Cocoa (*Theobroma Cacao L.*) Varieties. Communications in Soil Science and Plant Analysis, 51(17), 2280–2296.

4. Opoku-Ameyaw, K., Nunes, C., Esquivel, M. L., & Mexia, J. T. (2023). CMMSE: a nonparametric test for grouping factor levels: an application to cocoa breeding experiments in acidic soils. *Journal of Mathematical Chemistry*, 61(3), 652-672.

## ***Modelos Compartimentais definidos através do Cálculo Fracionário Discreto***

Augusto Veríssimo

### **Abstract/ Resumo:**

The events may be defined by compartmental models. This technique is used in epidemiology, economy, biology, engineering, among others. The models may be defined by differential equations, difference equations, fractional derivatives and fractional difference equations. The focus of our study is compartmental models defined by fractional calculus. We will start by presenting some definitions and properties of discrete calculus and discrete fractional calculus. Followed by some considerations regarding the state of art and future objectives.

Os acontecimentos podem ser descritos através de modelos compartmentais. Esta técnica é muito utilizada em epidemiologia, economia, engenharia, biologia, entre outras. Os modelos podem ser descritos através de equações diferenciais, equações às diferenças, derivadas fracionárias e equações de diferenças fracionárias. O nosso estudo debruçou-se sobre modelos compartmentais definidos através do cálculo fracionário. Serão apresentadas definições e propriedades do cálculo discreto e calculo fracionário discreto, um resumo do estado de arte e objetivos futuros.

**Keywords:** Compartmental Models, Discrete Fractional Calculus

### **References:**

1. Djeddi, K., Bouali, T., Msimali, A. H., Ahmadini, A. A. H., & Koam, A. N. A. (2023). Study models of COVID-19 in discrete-time and fractional-order. *Fractal and Fractional*, 7(6), 446.
2. Ferreira, R. A. C. (2022). Discrete fractional calculus and fractional difference equations. Springer International Publishing.
3. Goodrich, C., & Peterson, A. C. (2015). Discrete fractional calculus. Springer International Publishing.

4. He, Z.-Y., Abbes, A., Jahanshahi, H., Alotaibi, N. D., & Wang, Y. (2022). Fractional-order discrete-time SIR epidemic model with vaccination: Chaos and complexity. *Mathematics*, 10(2), 165.

## ***BC-módulos de Hilbert***

Jacinto Cumolehã

**Abstract/ Resumo:**

The  $\mathbb{BC}$  ring of bicomplex numbers is an extension of the field of real numbers that contains two distinct subrings, isomorphic to complex numbers.  $\mathbb{BC}$  is a commutative ring with unity that is not an integral domain: there are zero divisors and consequently some elements are not invertible.

In this communication we will define the notion of  $\mathbb{BC}$ -module and revisit some elementary concepts of functional analysis such as the bicomplex equivalent of Hilbert space, which we call  $\mathbb{BC}$ -Hilbert module, functionals  $\mathbb{BC}$ -linear and the Riesz and Riesz-Fischer representation theorems.

O anel  $\mathbb{BC}$  dos números bicomplexos é uma extensão do corpo dos números reais que contém dois subanéis distintos entre si, isomorfos aos números complexos.  $\mathbb{BC}$  é um anel comutativo com unidade que não é domínio de integridade: existem divisores de zero e consequentemente alguns elementos não são invertíveis.

Nesta comunicação iremos definir a noção de  $\mathbb{BC}$ -módulo e revisitar alguns conceitos elementares de análise funcional tais como o equivalente bicomplexo de espaço de Hilbert, que designamos  $\mathbb{BC}$ -módulo de Hilbert, funcionais  $\mathbb{BC}$ -lineares e os teoremas da representação de Riesz e Riesz-Fischer.

**Keywords:** Números bicomplexos, Cone nulo,  $\mathbb{BC}$ -módulo

**References:**

1. Alpay, D., Luna-Elizarraras, M.E., Shapiro, M., Struppa, D.C.: *Basics of Functional Analysis with Bicomplex Scalars and Bicomplex Schur Analysis*. Springer.
2. *Briefs in Mathematics*. Springer, Berlin (2014).

# ***Constructing Bases for Free Algebras: The Lyndon-Shirshov Method***

Kseniia Viatkina

## **Abstract/ Resumo:**

In this presentation, we delve into how to construct bases for different types of free algebras, with a special focus on using the Lyndon-Shirshov method. We'll specifically look at free associative algebras, free Lie algebras, and other non-associative structures such as pre-Lie, partially commutative Lie, and Poisson algebras. The talk will demonstrate how Lyndon words and Shirshov's composition techniques can systematically establish bases for these algebras.

Nesta apresentação, exploramos como construir bases para diferentes tipos de álgebras livres, com um foco especial na utilização do método de Lyndon-Shirshov. Abordaremos especificamente álgebras associativas livres, álgebras de Lie livres e outras estruturas não associativas, como álgebras pré-Lie, álgebras de Lie parcialmente comutativas e álgebras de Poisson. A apresentação demonstrará como as palavras de Lyndon e as técnicas de composição de Shirshov podem estabelecer sistematicamente bases para estas álgebras.

**Keywords:** Lyndon-Shirshov Method, Free Algebra, Superalgebra, Pre-Lie Algebra, Poisson Algebra

## References:

1. Chibrikov, E. A right normed basis for free Lie algebras and Lyndon-Shirshov words. *Journal of Algebra*. 2006;302: 593-612.
2. Hentzel, I., Jacobs, D., & Peresi, L. A Basis for Free Assosymmetric Algebras. *Journal of Algebra*. 1996;183: 306-318.
3. Kaygorodov, I., Shestakov, I., & Umirbaev, U. Free generic Poisson fields and algebras. *Communications in Algebra*. 2018;46(4):1799-1812.
4. Li, Y., & Mo, Q. On Free Pre-Lie Algebras. *Algebra Colloquium*. 2017;24(02):2 67-284.
5. Poroshenko, E. Bases for partially commutative Lie algebras. *Algebra and Logic*. 2011;50: 405-417.
6. Shestakov, I. Quantization of Poisson superalgebras and the specialty of Jordan superalgebras of Poisson type. *Algebra and Logic*. 1993;32: 309-317.

7. Shtern, A. Free Lie superalgebras. Siberian Mathematical Journal. 1986;27: 136-140.

## ***Fórmulas de Minkowski e aplicações***

Calunga Florentino Manuel

### **Abstract/ Resumo:**

Minkowski formulas are classic integral formulas for compact surfaces in  $R^3$  that can be obtained as an application of the Divergence Theorem. By applying these formulas we will prove Leibmann's Rigidity Theorem.

As fórmulas de Minkowski são fórmulas integrais clássicas para superfícies compactas em  $R^3$  e que se podem obter como uma aplicação do Teorema da Divergência. Como aplicação destas fórmulas provaremos o teorema de Rigidez que Leibmann.

**Keywords:** Regular Surfaces; Minkowski Formulas; Liebmann's Theorem.

### **References:**

1. Alías, Luis, Análisis Geométrico y Geometría Global de Superficies: Una Introducción Elemental. Rio de Janeiro: IMPA, 2006.
2. Do Carmo, M. P, Geometria diferencial de curvas e superfícies. 6<sup>a</sup> ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2014.